Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Equivalenza economica

Calcolo dell'equivalenza economica

[Thuesen, Economia per ingegneri, capitolo 4]

Negli studi tecnico-economici molti calcoli richiedono che le entrate e le uscite previste per due o più proposte alternative vengano considerate su una base equivalente per poterle confrontare.

Questo può essere fatto utilizzando in modo adeguato le formule di interesse.

Significato economico di equivalenza.

Inflazione

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

L'**indice dei prezzi** è il rapporto tra il prezzo di un bene o servizio o di un paniere di beni e servizi in un certo momento del tempo ed il suo prezzo in un momento precedente

Il **Tasso di inflazione** è la percentuale annuale di aumento o di diminuzione dell'indice dei prezzi. Misura del potere di acquisto del denaro.

Poiché è basato sui prezzi dell'anno precedente ha un effetto di capitalizzazione. Vale quindi la relazione:

$$P_2 = P_0\,(1+In_1)\,(1+In_2)$$

P_n = prezzi alla fine dell'anno n

Equivalenza economica

Se occorre confrontare tra loro 2 situazioni o più, le loro caratteristiche devono essere esaminate su base equivalente.

Valgono di più 4 kg di un prodotto o 3000 g dello stesso?

Dobbiamo porre le 2 quantità su una base equivalente per mezzo di un *fattore di trasformazione*.

Due cose sono equivalenti quando producono lo stesso effetto.

Equivalenza economica

Due somme diverse disponibili in tempi diversi (es. flussi di cassa) sono **economicamente equivalenti** se e solo se è indifferente il possesso dell'una o dell'altra (*producono lo stesso effetto)*

L’estensione della definizione a insiemi di somme consente di applicare il **concetto dell’equivalenza economica a progetti di investimento**

Equivalenza economica

Per poter confrontare due o più progetti di investimento è necessario porre gli stessi su una base di equivalenza per mezzo di un adeguato fattore di trasformazione.

L'equivalenza dell'investimento di somme di denaro coinvolge 3 fattori:

-l'ammontare delle somme

-il tempo (la loro durata)

-il tasso di interesse

Equivalenza economica

Le **formule finanziarie** considerano il tasso di interesse ed il tempo perciò costituiscono un metodo utile per calcolare l’equivalenza di quantità monetarie esistenti in momenti diversi (es. flussi di cassa equivalenti al tasso del 12% ed alla data odierna).

Tasso di interesse e tempo vengono uniformati per portare le somme di denaro a termini di raffronto.

Equivalenza economica

Meglio un uovo oggi o una gallina domani?

Dipende dal ……

…. tasso di interesse!

Equivalenza economica

Solitamente il valore relativo di diverse alternative non appare evidente dalla semplice esposizione delle entrate e delle uscite future finchè queste somme non vengono considerate su una base equivalente.

Esempio

Vendita di un brevetto a:

- 12.500 Euro al momento attuale;
- 2.000 Euro/anno per 10 anni (durata sfruttamento invenzione)

Interesse 12% mutuo abitazione (utilizzato nella valutazione)

Equivalenza economica

Modello delle entrate di due alternative

Anni	Entrate alternativa ***A***	Entrate alternativa ***B***
0	12.500,00	-
1	-	2.000,00
2	-	2.000,00
3	-	2.000,00
4	-	2.000,00
5	-	2.000,00
6	-	2.000,00
7	-	2.000,00
8	-	2.000,00
9	-	2.000,00
10	-	2.000,00
Totale delle entrate	12.500,00	20.000,00

Equivalenza economica

- Alternativa B (20.000) più vantaggiosa di A (12.500) se e solo se il tasso di interesse è zero!
- I valori dell'equivalenza delle alternative A e B con un tasso di interesse 12% devono essere calcolati per mezzo delle formule finanziarie

Equivalenza economica

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Valore al tempo 0 del flusso di cassa dell'alternativa ***A*** è ottenuto con la formula:

$C = M/(1+i)^t = 12.500/(1+12\%)^0 = \mathbf{12.500}$

Valore al tempo 0 del flusso di cassa dell'alternativa ***B*** è ottenuto con la formula (somma presente equivalente a 10 entrate costanti di 2.000 Euro = Fattore di attualizzazione del capitale per una serie di pagamenti uguali):

$C = R\ \{[(1 + i)^t - 1] / i\ (1 + i)^t\} =$

$= 2.000 * ((1+12\%)^{10}-1) / ((12\% * (1+12\%)^{10})) = \mathbf{11.300,45}$

I due flussi di cassa con base equivalente al tasso del 12% ed al tempo 0 diventano immediatamente **confrontabili**.

Contestualmente diventa facile operare la scelta tra la migliore delle alternative.

Conclusione: l'alternativa ***A*** è chiaramente preferibile

Fattore di attualizzazione del capitale per una serie di pagamenti uguali

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Dal fattore di recupero del capitale di una serie di pagamenti uguali

$R = C \{ i (1 + i)^t / [(1 + i)^t - 1]\}$

risolvendo rispetto a C si ottiene

$C = R \{[(1 + i)^t - 1] / i (1 + i)^t\}$ → valore attuale C di una serie di pagamenti annuali uguali R

C = capitale o valore attuale di una serie di pagamenti uguali

R = serie di *n* pagamenti uguali (rata costante)

i = tasso di interesse annuale

t = numero dei periodi di durata del prestito misurato in anni

Equivalenza economica

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

La **scelta del tempo** a cui riferire il calcolo del valore dei flussi è **irrilevante.**

Ipotizziamo, utilizzando gli stessi flussi della tabella, di calcolarne i valori equivalenti al tasso del 12% ma al tempo 2.

Modello delle entrate di due alternative		
Anni	**Entrate alternativa *A***	**Entrate alternativa *B***
0	12.500,00	-
1	-	2.000,00
2	-	2.000,00
3	-	2.000,00
4	-	2.000,00
5	-	2.000,00
6	-	2.000,00
7	-	2.000,00
8	-	2.000,00
9	-	2.000,00
10	-	2.000,00
Totale delle entrate	12.500,00	20.000,00

Valore al tempo 2 del flusso di cassa dell'alternativa ***A***:
$M = C(1+i)^t = 12.500(1+12\%)^2 =$ **15.680**

Valore al tempo 2 del flusso di cassa dell'alternativa ***B***:
$C = R \{[(1 + i)t - 1] / i (1 + i)t\} =$
$2.000*((1+12\%)^{10}-1) / ((12\%*(1+12\%)^{10})) = 11.300,45$
$M = C(1+i)^t = 11.300,45(1+12\%)^2 =$ **14.175,28**

Conclusione: l'alternativa ***A*** continua a rimanere preferibile

Nota: il rapporto tra i valori attuali al tempo 0 ed i montanti al tempo 2 per ciascuna delle alternative è uguale $\Rightarrow$ ciò dimostra l'irrilevanza del tempo in riferimento al quale valorizzare i flussi per il confronto

Equivalenza economica

La **scelta del tempo** a cui riferire il calcolo del valore dei flussi è **irrilevante.**

L'equivalenza può essere stabilita in qualunque momento nel tempo poiché è noto che, se un flusso di cassa è equivalente ad un altro, i loro valori devono essere uguali in qualsiasi momento nel tempo.

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Equivalenza economica

$$C_{A\ hp1} / C_{B\ hp1} = M_{A\ hp2} / M_{B\ hp2}$$

12.500 / 11.300,45 = 1,11 C al tempo 0
i =12%

15.680 / 14.175,28 = *1,11* M al tempo 2
i = 12%

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Equivalenza economica

La **scelta del tasso** con il quale calcolare il valore dei flussi è **determinante.**

Ipotizziamo, utilizzando gli stessi flussi della tabella, di calcolarne i valori equivalenti al tasso dell'8% ed al tempo 0.

Valore al tempo 0 del flusso di cassa dell'alternativa ***A*** è ottenuto con la formula:
$C = M/(1+i)^t = 12.500/(1+8\%)^0 =$ ***12.500***

Valore al tempo 0 del flusso di cassa dell'alternativa ***B*** è ottenuto con la formula (Fattore di attualizzazione del capitale per una serie di pagamenti uguali):
$C = R\ \{[(1 + i)^t - 1] / i\ (1 + i)^t\} =$
$2.000*((1+8\%)^{10}-1) / ((8\%*(1+8\%)^{10})) =$ ***13.420,16***

Conclusione: l'alternativa ***B*** è chiaramente preferibile, al contrario di quanto verificatosi con il tasso del 12%.

Nota: il rapporto tra i valori attuali C al tempo 0 per ciascuna delle alternative è diverso ⇒ rilevanza del tasso di interesse con cui valorizzare i flussi per il confronto

Equivalenza economica

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Modello delle entrate di due alternative

Anni	Entrate alternativa ***A***	Entrate alternativa ***B***
0	12.500,00	-
1	-	2.000,00
2	-	2.000,00
3	-	2.000,00
4	-	2.000,00
5	-	2.000,00
6	-	2.000,00
7	-	2.000,00
8	-	2.000,00
9	-	2.000,00
10	-	2.000,00
Totale delle entrate	12.500,00	20.000,00

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Equivalenza economica

Il rapporto tra i valori attuali C al tempo 0 per ciascuna delle alternative è diverso

$$\mathbf{C_{A\ hp1} / C_{B\ hp1} \neq C_{A\ hp3} / C_{B\ hp3}}$$

12.500 / 11.300,45 = 1,11 C al tempo 0 i =12%

12.500 / 13.420,16 = 0,93 C al tempo 0 i =8%

Equivalenza economica

La **scelta del tasso** con il quale calcolare il valore dei flussi è **determinante**.

Quando i flussi di cassa vengono trasformati nei loro equivalenti da un periodo all'altro di tempo, il tasso di interesse relativo a ciascun periodo di tempo deve essere riflesso nel calcolo stesso.

Nella realtà, i tassi di interesse cambiano frequentemente nel corso del tempo, ed è quindi importante che i flussi di cassa vengano analizzati sotto tali condizioni.

Equivalenza economica

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Tassi di interesse variabili nel tempo

I tassi di interesse cambiano nel corso del tempo. È quindi importante tenere conto di tali variazioni per analizzare i flussi di cassa.

$$i_1 \neq i_2 \neq i_3 \neq \dots \neq i_t$$

Data la relazione del fattore di capitalizzazione composta per singolo pagamento dalla definizione di montante

$$M = C\,(1+i_1)\,(1+i_2)\,(1+i_3)\,\dots\dots\,(1+i_{t-1})^{t-1}\,(1+i_t)^t$$

è facile ottenere il fattore di attualizzazione

$$C = M\,/\,(1+i_1)\,(1+i_2)\,(1+i_3)\,\dots\dots\,(1+i_{t-1})^{t-1}\,(1+i_t)^t$$

Fattore di capitalizzazione composta per un singolo pagamento

Poiché la transazione non da luogo a pagamenti fino al termine dell'investimento, l'interesse viene composto. L'interesse guadagnato viene aggiunto al capitale alla fine di ogni periodo annuale di interessi.

Fattore risultante $(1 + i)^t$ può essere impiegato per calcolare il montante M secondo la relazione:

$$M = C (1 + i)^t$$

Dove:

M = montante

C = somma presa a prestito

i = tasso di interesse annuale

t = numero dei periodi di durata del prestito misurato in anni

Le obbligazioni

Le obbligazioni sono uno **strumento finanziario con il quale le imprese possono reperire prestiti di denaro**.

L'obbligazione è uno strumento finanziario che esprime le condizioni alle quali viene prestato il denaro. Solitamente consiste in una **garanzia**, da parte di colui che ha avuto a prestito il denaro, **di pagare un interesse fissato o % sul valore nominale a intervalli stabiliti e di rimborsare il valore nominale a una data stabilita**.

Al finanziatore solitamente viene corrisposto un interesse periodico (**cedola** annuale o infra-annuale) e rimborsato a scadenza il valore nominale.

Le obbligazioni

Generalmente le obbligazioni hanno un taglio nominale minimo (es. 1.000 euro). Quindi possono essere acquistate al **taglio minimo** o per multipli finiti di esso.

La tipica obbligazione da 1.000 Euro può comprendere la garanzia di pagamento al portatore di 60 Euro, ad es., un anno dopo l'acquisto ed ogni anno successivo finchè la somma principale (o **valore nominale**) pari a 1.000 Euro venga restituita in una data prefissata.

Le obbligazioni

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Esempio: Obbligazione, taglio minimo nominale **1.000** €, al **6%** con interessi pagabili semestralmente e durata **7** anni

Questa obbligazione darà i seguenti diritti al compratore/finanziatore:

- ricevere **30 €** *(30€*2=60€=0,06*1.000€)* alla scadenza di ogni **semestre**

-ottenere la restituzione dei 1.000 € alla scadenza del **7°** anno

Le obbligazioni possono infatti stabilire che i pagamenti degli interessi avvengano con frequenza annuale, semestrale, trimestrale...

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Le obbligazioni

Poiché le **garanzie di pagamento** implicite nelle obbligazioni hanno un ***valore***, le obbligazioni possono essere <u>comprate e vendute,</u> anche **in un momento successivo a quello della loro emissione**. Il **prezzo di acquisto** potrà essere maggiore o minore del valore nominale (potrà avere un valore *sopra o sotto la pari*). Questo dipenderà dalle condizioni di mercato.

Generalmente in periodi di aumento dei tassi di interesse il valore di mercato delle obbligazioni già emesse tende a ridursi, mentre in periodi di tassi decrescenti il loro valore tende ad aumentare.

Le obbligazioni

Supponiamo di aver acquistato un taglio minimo dell'obbligazione di cui all'esempio (obbligazione da 1.000 euro al 6% con interessi pagabili ogni 6 mesi, il cui valore nominale sarà rimborsato dopo 7 anni) all'atto della sua emissione ad un prezzo sotto la pari di 900 €.

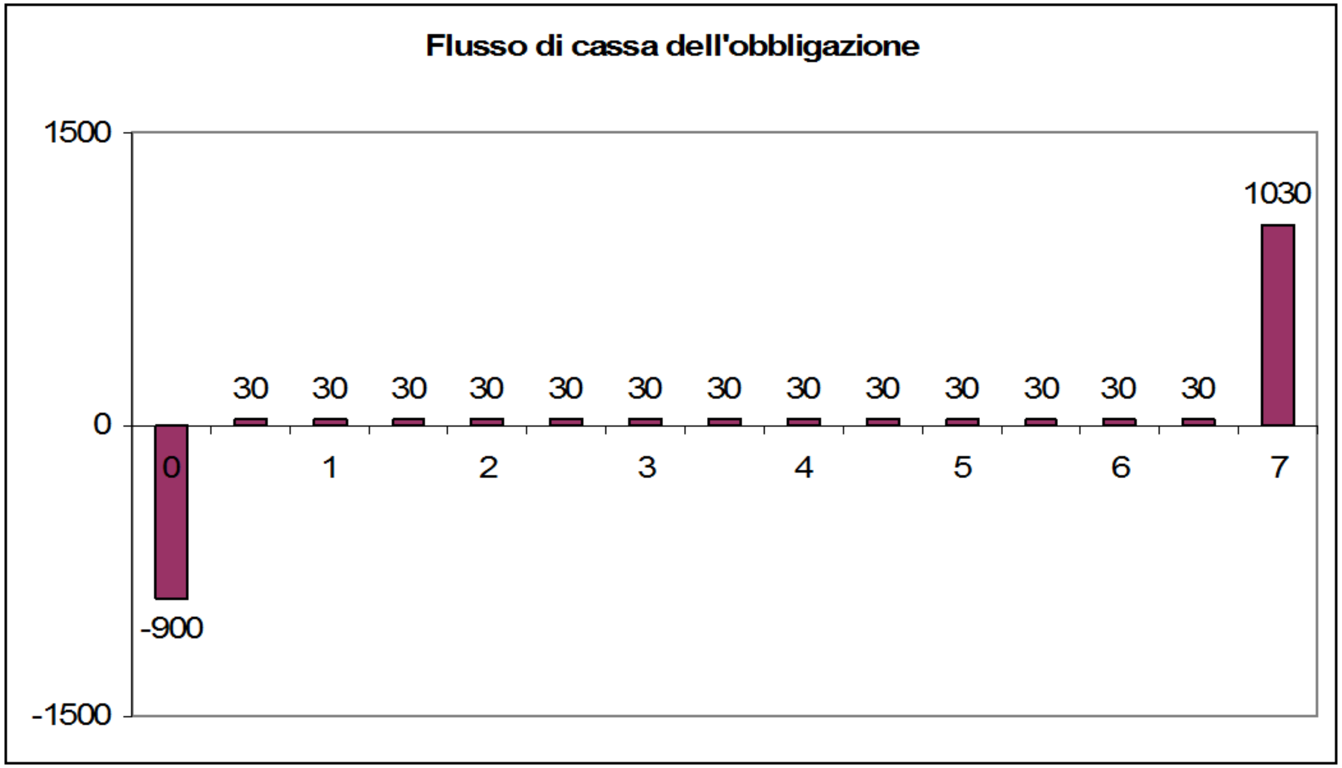
Qual è il rendimento effettivo dell'obbligazione supponendo di volerla mantenere in portafoglio fino alla sua scadenza?

Rendimento a scadenza dell'obbligazione: tasso di rendimento ricavato dall'obbligazione, dalla data di acquisto fino alla sua scadenza.

Le obbligazioni

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Grafico del flusso di cassa delle uscite e delle entrate prodotte dall'acquisto dell'obbligazione



Le obbligazioni

Per calcolare il **tasso di rendimento a scadenza** si deve procedere per tentativi e per approssimazione successiva; ed una volta circoscritto in un intervallo ristretto si procede per interpolazione lineare.

Dati noti ed utili per il calcolo:

- C o valore attuale dell'obbligazione = 900 €
- R o rate semestrali costanti = 30 €
- t o scadenza dell'obbligazione = 7 anni
- M o valore di rimborso a scadenza = 1.000 €

Le obbligazioni

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Partendo dalle relazioni

$C = R \{[(1 + i_p)^{pt} - 1] / i (1 + i_p)^{pt}\}$

per il calcolo del valore attuale C di una serie di pagamenti costanti R (interesse composto di una serie di pagamenti uguali)

e

$C = M / (1 + i_p)^{pt}$

per il calcolo del valore attuale C di un singolo pagamento M (interesse composto infrannuale)

Si ha, per il caso di interesse composto dell'obbligazione, la seguente relazione

$VA_{OBBLIGAZIONE} = R \{[(1 + i_p)^{pt} - 1] / i (1 + i_p)^{pt}\} + M / (1 + i_p)^{pt}$

Riepilogo formule
natura dei pagamenti, computazione interessi

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

	Interesse semplice	Interesse composto	Interesse composto infrannuale	Interesse continuo
Interesse	$I = C\,i\,t$	$I = C[(1+i)^t - 1]$	$I = C[(1+i_p)^{pt} - 1]$	$I = C(e^{tr} - 1)$
Montante	$M = C(1+it)$	$M = C(1+i)^t$	$M = C(1+i_p)^{pt}$	$M = Ce^{tr}$
Valore attuale	$C = M/(1+it)$	$C = M/(1+i)^t$	$C = M/(1+i_p)^{pt}$	$C = M/e^{tr}$
Tasso di interesse	$i = I/Ct$	$i = \sqrt[t]{M/C} - 1$	$i = \sqrt[pt]{M/C} - 1$	$r = [\ln(M/C)]/t$
Tempo	$t = I/Ci$	$t = \log_{(1+i)}(M/C)$	$t = \log_{(1+i_p)}(M/C)$	$t = [\ln(M/C)]/r$
conversione del tasso frazionato i_p al tasso annuale i			$i = (1+i_p)^p - 1$	
conversione del tasso annuale i la tasso frazionato i_p			$i_p = (1+i)^{1/p} - 1$	
conversione del tasso nominale convertibile r o i_n al tasso annuale i			$i = (1+i_n/p)^p - 1$	$i = e^r - 1$
conversione del tasso annuale i al tasso nominale convertibile i_n			$i_n = [(1+i)^{1/p} - 1]p$	
conversione del tasso frazionato i_f al tasso frazionato i_p			$i_p = (1+i_f)^{f/p} - 1$	
conversione del tasso frazionato i_p al tasso frazionato i_f			$i_p = (1+i_n/f)^{f/p} - 1$	

	Interesse composto di una serie di pagamenti uguali	Interesse continuo di una serie di pagamenti uguali
Montante di una rendita posticipata	$M = R[(1+i)^t - 1]/i$	$M = (e^{tr} - 1)/(e^r - 1)$
Rate annuali necessarie per formare una somma futura	$R = M\{i/[(1+i)^t - 1]\}$	$R = M(e^r - 1)/(e^{tr} - 1)$
Rate annuali necessarie per rimborsare un capitale	$R = C\{i(1+i)^t/[(1+i)^t - 1]\}$	$R = C(e^r - 1)/(1 - e^{-tr})$
Valore attuale di una rendita posticipata	$C = R\{[(1+i)^t - 1]/i(1+i)^t\}$	$C = R(1 - e^{-tr})/(e^r - 1)$

Le obbligazioni

Ricordiamo i dati noti ed utili per il calcolo:
- C o valore attuale dell'obbligazione = 900 €
- R o rate semestrali costanti = 30 €
- t o scadenza dell'obbligazione = 7 anni (*pt = 2*7 = 14*)
- M o valore di rimborso a scadenza = 1.000 €

Hp.1: tasso semestrale i_p = **3 % = x_0**

$VA_{OBBLIGAZIONE} = R\ \{[(1 + i_p)^{pt} - 1] / i\ (1 + i_p)^{pt}\} + M / (1 + i_p)^{pt}$
$= 30\{[(1 + 3\%)^{14} - 1] / i\ (1 + 3\%)^{14}\} + 1.000 / (1 + 3\%)^{14}$
$= 338{,}8821942 + 661{,}1178058 =$ **1.000,00 € = Y_0**

Hp.2: tasso semestrale i_p = **4 % = x_1**

$VA_{OBBLIGAZIONE} = R\ \{[(1 + i_p)^{pt} - 1] / i\ (1 + i_p)^{pt}\} + M / (1 + i_p)^{pt}$
$= 30\{[(1 + 4\%)^{14} - 1] / i\ (1 + 4\%)^{14}\} + 1.000 / (1 + 4\%)^{14}$
$= 316{,}8936879 + 577{,}4750828 =$ **894,37 € = Y_1**

Le obbligazioni

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Procedendo per **interpolazione lineare**, data la relazione:

$$\frac{Y - Y_0}{Y_1 - Y_0} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

Si ha

$$\frac{900 - 1.000}{894{,}37 - 1.000} = \frac{x - 3\%}{4\% - 3\%}$$

Risolvendo

$$\frac{x - 3\%}{1\%} = \frac{100}{105{,}63} \qquad x = \frac{100}{105{,}63} 1\% + 3\% = 3{,}95\%$$

Quindi

$\mathbf{i_{SEM} = 3{,}95\,\%}$ corrispondente al valore di acquisto dell'obbligazione

Le obbligazioni

Data poi la relazione (conversione del tasso frazionato ip al tasso annuale i):

$i = (1 + i_p)^p - 1$

Si ha

i = $(1+3{,}95\%)^2-1$ = **8,06%**

Quindi il *tasso d'interesse effettivo dell'obbligazione* o **tasso di rendimento a scadenza** è

i = 8,06%

Si tratta del reale interesse che si guadagna con l'obbligazione

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Riepilogo formule

natura dei pagamenti, computazione interessi

	Interesse semplice	Interesse composto	Interesse composto infrannuale	Interesse continuo
Interesse	$I=C\,i\,t$	$I=C[(1+i)^t-1]$	$I=C[(1+i_p)^{pt}-1]$	$I=C(e^{tr}-1)$
Montante	$M=C(1+it)$	$M=C(1+i)^t$	$M=C(1+i_p)^{pt}$	$M=Ce^{tr}$
Valore attuale	$C=M/(1+it)$	$C=M/(1+i)^t$	$C=M/(1+i_p)^{pt}$	$C=M/e^{tr}$
Tasso di interesse	$i=I/Ct$	$i=\sqrt[t]{M/C}-1$	$i=\sqrt[pt]{M/C}-1$	$r=[\ln(M/C)]/t$
Tempo	$t=I/Ci$	$t=\log_{(1+i)}(M/C)$	$t=\log_{(1+i_p)}(M/C)$	$t=[\ln(M/C)]/r$
conversione del tasso frazionato i_p al tasso annuale i			$i=(1+i_p)^p-1$	
conversione del tasso annuale i la tasso frazionato i_p			$i_p=(1+i)^{1/p}-1$	
conversione del tasso nominale convertibile r o i_n al tasso annuale i			$i=(1+i_n/p)^p-1$	$i=e^r-1$
conversione del tasso annuale i al tasso nominale convertibile i_n			$i_n=[(1+i)^{1/p}-1]p$	
conversione del tasso frazionato i_f al tasso frazionato i_p			$i_p=(1+i_f)^{f/p}-1$	
conversione del tasso frazionato i_p al tasso frazionato i_f			$i_p=(1+i_n/f)^{f/p}-1$	

	Interesse composto di una serie di pagamenti uguali	Interesse continuo di una serie di pagamenti uguali
Montante di una rendita posticipata	$M=R[(1+i)^t-1]/i$	$M=(e^{tr}-1)/(e^r-1)$
Rate annuali necessarie per formare una somma futura	$R=M\{i/[(1+i)^t-1]\}$	$R=M(e^r-1)/(e^{tr}-1)$
Rate annuali necessarie per rimborsare un capitale	$R=C\{i(1+i)^t/[(1+i)^t-1]\}$	$R=C(e^r-1)/(1-e^{-tr})$
Valore attuale di una rendita posticipata	$C=R\{[(1+i)^t-1]/i(1+i)^t\}$	$C=R(1-e^{-tr})/(e^r-1)$

Le obbligazioni

Il **tasso di rendimento effettivo dell'obbligazione** (8,06%) è > del tasso di interesse nominale della cedola (6% infatti *30€*2=60€=0,06*1.000€*) perché il ***prezzo di mercato*** ovvero il prezzo a cui acquisto è < del valore nominale dell'obbligazione.

Prezzi di acquisto sopra alla pari avrebbero condotto a situazioni opposte circa la relazione tra tasso effettivo e tasso della nominale.

NOTA: per una più corretta analisi dei rendimenti si deve considerare anche l'**effetto dell'imposte sul reddito** che andranno a gravare sui rendimenti dell'investimento, rettificando conseguentemente i flussi.

Nel nostro esempio le obbligazioni erano ipotizzate esenti da imposte.

Le obbligazioni

Se ci si trova nella situazione di voler investire una somma di denaro in obbligazioni e volendo ottenere un **rendimento minimo garantito** dalle stesse, come si può condizionare l'ordine di acquisto impartito al proprio intermediario finanziario?

Dobbiamo **fissare il prezzo massimo di acquisto** che garantisca il rendimento minimo auspicato.

Partendo dalle relazioni

valore attuale C di un singolo pagamento (valore nominale M)

$$VA_{OBBLIGAZIONE} = R\ \{[(1 + i_p)^{pt} - 1] / i\ (1 + i_p)^{pt}\} + M/(1 + i_p)^{pt}$$

valore attuale C di una serie di pagamenti costanti (cedole R)

$$i_p = (1 + i)^{1/p} - 1$$

E dato il tasso di interesse annuo minimo atteso del **10 %**

Le obbligazioni

Università degli Studi di Perugia
Facoltà di Ingegneria
Polo Scientifico didattico di Terni

Considerando sempre le obbligazioni di cui all'esempio, dapprima calcoliamo il tasso effettivo semestrale corrispondente alle nostre attese ($i = 10\%$):

$i_p = (1 + i)^{1/p} - 1$

$i_{SEM} = (1+10\%)^{1/2} - 1 = 4{,}88\%$

Poi calcoliamo il **valore attuale dell'obbligazione che garantisce tale rendimento**

$VA_{OBBLIGAZIONE} = R \{[(1 + i_p)^{pt} - 1] / i (1 + i_p)^{pt}\} + M / (1 + i_p)^{pt}$

$= 30\{[(1+4{,}88\%)^{14} - 1] / i (1+4{,}88\%)^{14}\} + 1.000 / (1+4{,}88\%)^{14}$

$= 299{,}2507801 + 513{,}218731 =$ **812,47 €**

Considerando che il valore di mercato corrente dell'obbligazione è di 900,00 € è improbabile che al prezzo minimo di 812,47 € si riesca a perfezionale l'acquisto. Quindi, o cambiamo forma di investimento o dobbiamo ridurre le nostre attese di rendimento.

Ricordiamo che $\mathbf{i_{SEM} = 3{,}95\%} <$ **4,88 %** corrisponde al valore di acquisto dell'obbligazione